



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IALOMIȚA



SSMR



MINISTERUL  
EDUCAȚIEI

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**-faza locală-**  
**10 februarie 2024**

**CLASA a V-A**

**Subiecte:**

1. a) Determinați cel mai mare număr natural care împărțit la 100 dă restul egal cu pătratul câtului.  
b) Determinați restul împărțirii numărului  $A=5^{n+2} + 3 \cdot 7^{2n} + 3^3 \cdot 5^n + 7^{2n+2}$  la 52, unde  $n$  este un număr natural.
2. Fie numărul  $S=2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2024}$ 
  - a) Comparați numerele:  $a=(2^1 + S)$  cu  $b = 3^{1350}$ ;
  - b) Calculați ultimile 2 cifre ale numărului  $S$ .
3. a) Determinați cel mai mic număr natural de forma  $\overline{abc}$ , știind că  $a+2^b + 4 \cdot c = 34$  și  $a, b, c$  sunt numere naturale distincte nenule.  
b) Să se calculeze suma  $S= 80+88+96+\dots+2008+2016+2024$ .
4. a) Calculați  $10^2 + 18^2 + 40^2$  și scrieți numărul  $2024^{2025}$  ca sumă de trei pătrate perfecte.  
b) Scrieți numărul  $2025^{2024}$  ca suma a 2025 de numere consecutive.

*G.M./Nr.9/2023*

Timp de lucru 3 ore

Fiecare problemă se punctează cu 7 puncte.



INSPECTORATUL ȘCOLAR

JUDEȚEAN IALOMIȚA



SSMR

MINISTERUL  
EDUCAȚIEI

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**-faza locală-**  
**10 februarie 2024**  
**CLASA a V-A**

**Barem:**

1 a)	$D = \hat{I} \cdot C + R$ , $R < \hat{I}$ și $R = C^2$ , unde $D$ = deîmpărțitul, $\hat{I}$ = împărțitorul, $C$ = câtul și $R$ = restul.	1p
	$R < \hat{I}$ atunci $C^2 < 100 \Rightarrow C$ poate lua valorile 0,1,2,...,9	1p
	Deîmpărțitul $D$ ia valoarea maximă dacă $C=9$	1p
	Valoarea maximă a lui $D$ este $100 \cdot 9 + 9^2 = 981$	1p
1 b)	$5^{n+2} + 3 \cdot 7^{2n} + 3^3 \cdot 5^n + 7^{2n+2} = 5^n \cdot 5^2 + 3 \cdot 7^{2n} + 3^3 \cdot 5^n + 7^{2n} \cdot 7^2$	1p
	$= 5^n \cdot (5^2 + 3^3) + 7^{2n} \cdot (3 + 7^2) = 5^n \cdot 52 + 7^{2n} \cdot 52 =$	1p
	$A = 52 \cdot (5^n + 7^{2n})$ , ceea ce înseamnă că restul împărțirii lui $A$ la 52 este 0	1p

  

2 a)	$2S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2024} = 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2025}$ $2S - S = 2^{2025} - 2^1$ $S = 2^{2025} - 2^1$	1p
	$a = (2^1 + S) = 2^{2025} = (2^3)^{675} = (8)^{675}$	1p
	$b = 3^{1350} = (3^2)^{675} = (9)^{675}$ $a < b$	1p
2 b)	Observăm că: $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2 + 4 + 8 + 16 = 30$ Suma $S$ are 2024 de termeni pe care putem să îi grupăm în grupe de câte 4. $S = (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8) + \dots$ $+ (2^{2021} + 2^{2022} + 2^{2023} + 2^{2024})$	1p
	$S = (2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + 2^4(2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + \dots$ $+ 2^{2020}(2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)$ $S = 30 + 2^4 \cdot 30 + \dots + 2^{2020} \cdot 30 = 30 \cdot (1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2020})$ u.c.(S)=0	1p
	u. c. $(2^{4k}) = 6$ , iar exponenții 4, 8,...2020 sunt de forma $4k$	1p



INSPECTORATUL ȘCOLAR

JUDEȚEAN IALOMIȚA



SSMR

MINISTERUL  
EDUCAȚIEI

	$u.c. (1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2020}) = u.c. (1 + 6 + 6 + \dots + 6)$	
	În suma: $2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2020}$ sunt $2020:4=505$ termeni. $u.c. (2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2020}) = u.c. (6 \cdot 505) = 0$ $u.c. (1 + 2^4 + 2^8 + \dots + 2^{2020}) = 1$ Ultimile 2 cifre ale numărului $S = \overline{\dots 30}$	1p

3 a)	$2^b$ - număr par, $4c$ - număr par, $2^b + 4c$ - număr par, $34$ - număr par $a + \text{par} = \text{par}$ , atunci $a$ par, atunci cea mai mică valoare a lui $a$ este 2	1p
	$2^b + 4c = 32$ . Pentru $b=1$ , $c$ nu este nr natural Pentru $b=2$ , $c=7$ , dar $a \neq b$	1p
	$b=3$ atunci $c=6$ și numărul $\overline{abc} = 236$	1p
3 b)	Observăm că diferența dintre doi termeni consecutivi este 8. $S = 8 \cdot (10 + 11 + 12 + \dots + 251 + 252 + 253)$	1p
	$S = 8 \cdot [(1 + 2 + 3 + \dots + 253) - (1 + 2 + \dots + 9)]$	1p
	$S = 8 \cdot \left[ \frac{253 \cdot 254}{2} - \frac{9 \cdot 10}{2} \right] = 8 \cdot (253 \cdot 127 - 9 \cdot 5) =$	1p
	$S = 8 \cdot (32131 - 45) = 8 \cdot 32086 = 256\,688$	1p

4 a)	$10^2 + 18^2 + 40^2 = 2024$	1p
	$2024^{2025} = 2024^{2024} \cdot 2024 = 2024^{2024} \cdot (10^2 + 18^2 + 40^2)$	1p
	$2024^{2024} \cdot 10^2 + 2024^{2024} \cdot 18^2 + 2024^{2024} \cdot 40^2$	1p
	$(2024^{1012} \cdot 10)^2 + (2024^{1012} \cdot 18)^2 + (2024^{1012} \cdot 40)^2$	1p
4 b)	$2025^{2024} = 2025^{2023} \cdot 2025$	1p
	<i>Suma <math>2025^{2023} + 2025^{2023} + \dots + 2025^{2023}</math> are 2025 de termeni</i>	1p
	$(2025^{2023} - 1012) + (2025^{2023} - 1011) + (2025^{2023} - 1010) + \dots$ $\dots + (2025^{2023}) + \dots + (2025^{2023} + 1010) + (2025^{2023} + 1011) +$ $+(2025^{2023} + 1012)$	1p